

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.В.07 Элементы алгебраической геометрии и  
неассоциативной алгебры

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.04.01 Математика

Направленность (профиль)

01.04.01.02 Алгебра, логика и дискретная математика

Форма обучения

очная

Год набора

2023

Красноярск 2023

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

Доктор физико-математических наук, Доцент, Кравцова Ольга

Вадимовна

должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью дисциплины «Элементы алгебраической геометрии и неассоциативной алгебры» является изучение основ интенсивно развивающейся теории алгебраических групп и алгебраической геометрии, а также приложения этих теорий.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Предметом являются нетеровы кольца, кольцо многочленов  $K[X]$  от  $n$  переменных над алгебраически замкнутым полем  $K$ . Аффинное пространство  $K^n$ , его аффинные многообразия и два основных соответствия аффинных многообразий в  $K^n$  и идеалов в  $K[X]$ . Топология Зарисского на аффинном пространстве и на аффинном многообразии  $V$ . Теоремы Гильберта о базисе и о корнях (нулях). Биjectивность соответствия между аффинными многообразиями в  $K^n$  и радикальными идеалами в  $K[X]$ . Проективное пространство  $P^n(K)$  и проективное многообразие, их топология Зарисского, однородные полиномы, однородные множества. Биjectия проективных многообразий на однородные радикальные идеалы. Однородное координатное кольцо на  $V$ , его градуированность и конечное покрытие открытыми множествами, изоморфными аффинным многообразиям.

Произведение нетеровых топологических пространств и предмногообразий. Алгебраические многообразия, их морфизмы и изоморфизмы. Алгебраичность аффинных и проективных многообразий, замкнутых, открытых и локально замкнутых подмножеств алгебраического многообразия  $X$ , размерность неприводимого алгебраического многообразия  $X$ .

Алгебраические группы, их гомоморфизмы и изоморфизмы. Алгебраичность замкнутых подгрупп, прямых произведений и классических линейных групп над  $K$ . Замкнутые подгруппы в  $GL_n(K)$ , аффинные и линейные алгебраические группы. Связная компонента единицы линейной алгебраической группы  $G$ , ее замкнутость и нормальность, конечность индекса. Признак замкнутости произведения двух замкнутых подгрупп. Связность алгебраической группы, порожденной замкнутыми связными подгруппами. Гомоморфизмы в  $GL_n(K)$  и рациональные представления алгебраической группы, совпадение ее размерности с суммой размерностей ядра и образа гомоморфизма.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-1: Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий</b>	
ПК-1.1: Обладает	основные понятия, теоремы и методы

<p>достаточными фундаментальными теоретическими и практическими знаниями математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий для проведения в конкретной области профессиональной деятельности</p>	<p>неассоциативной алгебры основы алгебраической и проективной геометрии, взаимосвязь понятий и теорем историю развития алгебраической геометрии и ее современные проблемы формулировать и доказывать основные теоремы решать задачи на применение основных теоретических результатов применять основные теоретические результаты дисциплины в своей профессиональной деятельности основными методами доказательства теоретических результатов системой понятий и обозначений методами расчетов в системах компьютерной алгебры</p>
<p>ПК-1.2: Решает научные задачи в соответствии с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой</p>	<p>структуру дисциплины, основные модули и их взаимосвязь область применения математического аппарата и инструментария дисциплины возможности использования систем компьютерной алгебры классифицировать научную задачу и определять пути ее решения выбирать методы решения научной задачи комбинировать методы решения научной задачи методами решения типовых алгебраических задач универсальными алгебраическими методами и границами их применения навыками самостоятельного поиска информации и изучения теоретического материала</p>

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Французский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	е
		1
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>0,94 (34)</b>	
занятия лекционного типа	0,47 (17)	
практические занятия	0,47 (17)	
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>2,06 (74)</b>	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п		Модули, темы (разделы) дисциплины		Контактная работа, ак. час.								
				Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.		
						Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы				
				Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	
<b>1.</b>												
		1. Введение в алгебраическую геометрию по статье А.И. Мальцева «Группы и другие алгебраические системы, 1956 г».		1								
		2. Повторение основных понятий и результатов общей алгебры.				1						
		3. Начальные определения теории колец: кольцо, идеал, порождающее множество идеала, кольцо главных идеалов, делители нуля. Лемма о высшем члене произведения двух полиномов в кольце полиномов $n$ переменных и ее следствие.		2								
		4. Решение задач по теме.				2						
		5. Факториальные кольца. Примеры нефакториальных числовых колец с разложением на простые множители.		2								
		6. Решение задач по теме.				2						

7. Простые и максимальные идеалы. Лемма о двух эквивалентных условиях простоты идеала. Теорема о фактор-кольце по максимальному идеалу. Теорема о включении любого идеала в максимальный идеал в коммутативном кольце с единицей.	2							
8. Решение задач по теме.			2					
9. Нетеровы кольца. Теорема об эквивалентных условиях нетеровости. Теорема Гильберта о базисе и ее следствия.	1							
10. Решение задач по теме.			2					
11. Аффинные многообразия, радикальные кольца. Теорема о непустоте множества нулей любого собственного идеала кольца $K[x_1, \dots, x_n]$ .	1							
12. Решение задач по теме.			1					
13. Самостоятельное изучение теоретического материала, подготовка тематических сообщений, решение индивидуальных заданий.							37	
<b>2.</b>								
1. Теорема Гильберта о нулях. Теорема о взаимно однозначном соответствии точек аффинного пространства и максимальных идеалов кольца $K[x_1, \dots, x_n]$ .	2							
2. Решение задач по теме.			1					
3. Топологические пространства. Примеры. Топология Зарисского.	2							
4. Решение задач по теме.			2					
5. Аффинные алгебраические группы. Примеры	2							
6. Решение задач по теме.			2					

7. Связная компонента единицы линейной алгебраической группы $G$ , ее замкнутость и нормальность, конечность ее индекса.	2							
8. Решение задач по теме.			2					
9. Самостоятельное изучение теоретического материала, подготовка тематических сообщений, решение индивидуальных заданий.							37	
Всего	17		17				74	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Стейнберг Р., Кириллов А. А. Лекции о группах Шевалле: перевод с английского(Москва: Мир).
2. Хамфри Д. Е., Платонов В. П. Линейные алгебраические группы: пер. с англ.(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
3. Горенштейн Д. Конечные простые группы: введение в их классификацию: перевод с английского(Москва: Мир).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Пакет Microsoft Office, ОС Windows XP/7/8/10, браузер Google Chrome/Opera/Mozilla Firefox, информационные справочные системы: google.com, yandex.ru и т.д.
- 2.
- 3.

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для проведения занятий требуется оборудованная доской аудитория.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.